

電磁気・構造連成トポロジー最適化による同期電動機の高トルク・高剛性化設計に関する研究

著者	澤田 浩幸
出版者	法政大学大学院理工学研究科
雑誌名	法政大学大学院紀要．理工学・工学研究科編
巻	61
ページ	1-8
発行年	2020-03-24
URL	http://doi.org/10.15002/00022838

電磁気・構造連成トポロジー最適化による 同期電動機の高トルク・高剛性化設計に関する研究

ON DESIGN OF SYNCHRONOUS MOTOR TO REALIZE BOTH HIGH TORQUE AND
HIGH RIGIDITY USING COUPLED TOPOLOGY OPTIMIZATION BASED ON
ELECTROMAGNETIC AND STRUCTURAL ANALYSIS

澤田 浩幸

Hiroyuki SAWADA

指導教員 岡本吉史

法政大学大学院理工学研究科電気電子工学専攻修士課程

Because the interior permanent magnet synchronous motor (IPMSM) is applied to many industrial machines, the improvement of efficiency of IPMSM is required to reduce the density of carbon dioxide. Since the power consumption of the motor accounts for 60% of the total power consumption of electrical equipment in Japan, so improving the efficiency of the motor is effective in reducing carbon dioxide. To improve its torque characteristics, topology optimization (TO) of the rotor core for the purpose of maximizing average torque has been reported. However, a structure which is optimized for improving physical quantity of electrical engineering, such as average torque, may have reduced mechanical performance such as rigidity. In this paper, the coupled topology optimization method based on magnetic and structural analysis of electrical machines is verified for the IPMSM. The TO of rotor area in IPMSM is carried out to enhance the torque characteristic as well as to keep Mises stress less than the specified value.

Key Words : IPM motor, level set method, Mises stress, and topology optimization.

1. はじめに

地球温暖化を抑制するため、電気機器の省エネルギー化に関する研究が各所で行われている。国内で消費される電気機器の電力消費量のうち、モータの消費量はその6割以上を占めており、さらなるモータの高効率化が期待されている。高効率モータとして、永久磁石に起因するマグネットトルクを積極的に活用した埋込磁石同期モータ (IPMSM) がある。しかし、近年のレアアースの高騰に伴い、製造コストが高まっている。また、永久磁石モータの材料コストのうち、約半分がマグネットによるものと言われている。したがって、製造コストを可能な限り減らし、許容可能な量のマグネットや鉄芯素材で最大限の性能を得られる高効率モータの設計が急務である。この設計要求に対して、構造最適化の一つであるトポロジー最適化^[1]を用いた設計手法が有効である。構造最適化は寸法・形状・トポロジー最適化と分類することができる。中でもトポロジー最適化は最も自由度が高く、設計者の予想を超えた機器構造の導出を可能とする手法である。

同期電動機のトルク特性の改善策の一つの例として、

トポロジー最適化によるロータ構造の最適化^[2]が報告されている。通常、トポロジー最適化は単一の物理現象を目的として実行されることが多い。しかし、現実的には熱、機械応力等の複数の物理現象が関わるため、複数の物理現象が考慮された最適化がなされるべきである。そのため、電磁気学的な影響に加え、構造力学^{[3]・[4]}的な影響を考慮した最適化手法が求められる。

モータにおける電磁気・構造最適化の報告例として、電磁界解析と構造解析を連携させた IPM モータの形状最適化^[5]がある。一方、文献^[6]では、IPMSM の磁石配置の最適化を行った後、そのロータ構造のトポロジー最適化が行われる。この最適化では構造解析を導入し、構造力学における剛性の指標となる、平均コンプライアンスの最小化を行い、剛性を考慮している。しかし、この最適化は、磁石の支持を目的としたロータ構造の導出に重きを置いているため、構造解析の評価領域が磁石に限定されている。そのため、機器全体の剛性が担保されないことが懸念される。

本論文では、実現可能なロータ構造を目的として、グレイスケールを材料境界のみに定義できる、レベルセッ

ト法^{[7], [8]}を用いて電磁界解析と構造解析を併用した同期電動機のロータ構造最適化を行う。荷重条件として、同期電動機の支配的な負荷である遠心力が適用される。平均トルクの最大化を目的とし、剛性の評価として、ミーゼス応力を基準値よりも低く維持する制約条件を設定し最適化を行った。以下に、その子細を報告する。

2. トポロジー最適化手法

(1) 二次元静磁界解析

目的関数を評価するために、有限要素法を用いた静磁界解析を行う。A法 Maxwell 方程式を次式に示す。

$$\nabla \times (\nu \nabla \times \mathbf{A}) = \mathbf{J}_0 \quad (1)$$

ν は磁気抵抗率、 \mathbf{A} は磁気ベクトルポテンシャル、 \mathbf{J}_0 は強制電流密度である。ガラキン法を用いて (1) 式を有限要素法による行列形式で表すと、(2) 式ようになる。

$$\mathbf{K}_{\text{mag}} \mathbf{A} = \mathbf{F}_{\text{mag}} \quad (2)$$

\mathbf{K}_{mag} は ν に依存する行列、 \mathbf{F}_{mag} は \mathbf{J}_0 に起因するベクトルである。

(2) 二次元静弾性解析

回転機のロータに発生するミーゼス応力を、指定値以下に抑える制約条件を評価するために、有限要素法を用いた二次元静弾性解析を行う。二次元平面応力解析における支配方程式を次式に示す。

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + f_x = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + f_y = 0 \quad (4)$$

f_x , f_y はそれぞれ、 x , y 方向の物体力、 σ_x , σ_y , τ_{xy} はそれぞれ、 x , y 方向の垂直応力とせん断応力である。(3), (4) 式を弱形式で表すと、(5) 式ようになる。

$$\int_{\Omega_s} \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} \, dx dy \, \mathbf{d} = \int_{\Omega_s} \mathbf{N}^T \mathbf{b} \, dx dy + \int_{\Gamma_s} \mathbf{N}^T \mathbf{t} \, dx dy \quad (5)$$

\mathbf{B} は座標に関する行列、 \mathbf{D} は材料定数に関する行列、 \mathbf{d} は節点変位ベクトル、 \mathbf{b} は物体力ベクトル、 \mathbf{t} は表面力ベクトル、 Ω_s , Γ_s はそれぞれ、解析領域、解析領域の境界面を示す。(5) 式を行列形式で表すと、(6) 式のようになる。

$$\mathbf{K}_{\text{mech}} \mathbf{d} = \mathbf{F}_{\text{mech}} \quad (6)$$

\mathbf{K}_{mech} は剛性行列、 \mathbf{F}_{mech} は節点荷重ベクトルである。

(3) レベルセット法に基づく最適化手法

本論文では、実現可能なロータ形状の導出のために、グレイスケールを材料境界のみに抑えることが可能な手法である、レベルセット法に基づいたトポロジー最適化を行う。レベルセット法では、次式に示すレベルセット関数の零等位面を設計領域内部の物体と空気領域の界面として定義する。

$$\phi(\mathbf{x}) = \begin{cases} d(\mathbf{x}, \partial\Omega) & \mathbf{x} \in \Omega \\ 0 & \mathbf{x} \in \partial\Omega \\ -d(\mathbf{x}, \partial\Omega) & \mathbf{x} \notin \Omega \end{cases} \quad (7)$$

Ω は物体領域、 $\partial\Omega$ は物体領域の輪郭である。また、 $d(\mathbf{x}, \partial\Omega)$ は $\partial\Omega$ と \mathbf{x} との最短距離を表す。 ϕ は設計変数である。 ϕ を次式に示す連続化ヘビサイド関数に代入することにより、各有限要素に 0 から 1 に正規化された材料密度分布を与える。本論文では、5 次近似された連続化ヘビサイド関数^[7]を使用する。

$$H(\phi) = \begin{cases} 0 & (\phi < -h) \\ \frac{3}{16} \left(\frac{\phi}{h} \right)^5 - \frac{5}{8} \left(\frac{\phi}{h} \right)^3 + \frac{15}{16} \left(\frac{\phi}{h} \right) + \frac{1}{2} & (-h \leq \phi \leq h) \\ 1 & (h < \phi) \end{cases} \quad (8)$$

h は遷移幅である。 $\phi(\mathbf{x})$ は等距離関数の性質上、次式を満足する。

$$|\nabla \phi| = 1 \quad (9)$$

設計領域内の材料を、次式に従う磁気抵抗率 $\nu(\phi|\mathbf{B})$ を用いて空気と鉄芯材料に振り分ける。

$$\nu(\phi|\mathbf{B}) = \{1 - H(\phi)\nu_0\} + H(\phi)\nu(|\mathbf{B}|) \quad (10)$$

ν_0 は真空の磁気抵抗率、 $\nu(|\mathbf{B}|)$ は磁気非線形性を考慮した磁気抵抗率である。同様に、構造解析で使用される設計領域内の材料を、次式に従うヤング率 $E(\phi)$ を用いて、空気と鉄芯材料に振り分ける。

$$E(\phi) = \{1 - H(\phi)\}E_{\text{min}} + H(\phi)E_{\text{ESS}} \quad (11)$$

E_{min} は空気領域に定義される最小ヤング率、 E_{ESS} は電磁鋼板のヤング率^[9]である。(7) 式に定義されたレベルセット関数の時刻 t における零等位面は (12) 式のように表される。

$$\phi(\mathbf{x}, t) = 0 \quad (12)$$

次に、この式を時間微分すると、次式のように表される。

$$\frac{\partial \phi(\mathbf{x}, t)}{\partial t} + |\nabla \phi| v_n = 0 \quad \left(\because v_n = \mathbf{n} \cdot \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial t} \right) \quad (13)$$

\mathbf{n} は零等位面の法線方向ベクトル, v_n はレベルセット関数の速度の法線方向成分である. レベルセット関数は距離関数の性質である (9) 式を満たすので, (13) 式は次式のようになる.

$$\frac{\partial \phi(\mathbf{x}, t)}{\partial t} + v_n = 0 \quad (14)$$

ここで, v_n には後述する拡張ラグランジュ関数 L の設計感度 $\partial L / \partial \phi$ が代入される. 最適化反復 k 回目の $\phi(\mathbf{x}, t)$ の更新式は (15) 式となる.

$$\phi^{(k+1)} = \phi^{(k)} - \Delta t v_n \quad (15)$$

Δt は時間刻み幅である. Δt は次式で表される.

$$\Delta t = \frac{\Delta x_{\min}}{\|\partial L / \partial \phi\|_{\infty}} \quad (16)$$

Δx_{\min} は設計領域内の要素の最短辺である. (15) 式に基づいて更新された $\phi(\mathbf{x}, t)$ は (9) 式を満足しない. そこで, (9) 式を満足するように, 各最適化ステップでレベルセット関数の初期化を行う. 本論文では文献 [10] で提案されている初期化法を適用する.

(4) 最適化問題

本論文で解くべき最適化問題を (17) 式に示す.

$$\begin{aligned} \min. \quad & f(\mathbf{A}(\phi), \phi) = -t_a \\ \text{s.t.} \quad & g_1(\mathbf{A}(\phi), \phi) = (t_{\max} - t_{\min})^2 - t_0^2 \leq 0 \\ & g_2(\mathbf{d}(\phi), \phi) = \sigma_M - \sigma_{\text{const}} \leq 0 \\ & g_3(\phi) = S_{\text{iron}} - S_0 \leq 0 \end{aligned} \quad (17)$$

最適化目標は平均トルク t_a の最大化である. そこで, 目的関数 $f(\phi) = -t_a$ とし, その最小化問題に置換する. 制約条件 $g_1(\mathbf{A}(\phi), \phi)$ はトルクリップルの制約である. ロータ位置 l に対するトルク t_l とトルクの指定値 t_0 との二乗誤差の総和で定義する. 制約条件 $g_2(\mathbf{d}(\phi), \phi)$ はミーゼス応力の制約である. σ_M はミーゼス応力, σ_{const} はミーゼス応力の上限値である. 制約条件 $g_3(\phi)$ は鉄芯面積の制約である. S_0 は設計領域内の鉄芯面積の上限値である. S_{iron} は (18) 式のようになる.

$$S_{\text{iron}} = \int_{\Omega} H(\phi) dS \quad (18)$$

(5) 拡張ラグランジュ乗数法による制約の考慮

制約条件を考慮するために, 拡張ラグランジュ乗数法 [11] を用いて制約付き問題を無制約問題へ変換する. ラグ

ランジュ乗数 y_i を用いて, 次式のように拡張ラグランジュ関数 $L(\phi)$ を定義する.

$$L(\phi) = f(\phi) + \sum_{i=1}^m \left[\frac{1}{2\rho_i} \{ \max\{0, y_i + \rho_i g_i(\phi)\}^2 - y_i^2 \} \right] \quad (19)$$

ここで, ρ は制約が満たされないことに対するペナルティ係数, m は不等式制約の条件数である. $(k+1)$ 回目の最適化反復におけるパラメータを次式のように更新する.

$$y_i^{(k+1)} = \max\{0, (y_i^{(k)} + \rho_i^{(k)} g_i^{(k)}(\phi))\} \quad (20)$$

$$\rho_i^{(k+1)} = \begin{cases} \gamma \rho_i^{(k)} & (|\max\{g_i^{(k)}(\phi), -y_i^{(k)} / \rho_i^{(k)}\}| > \kappa c^{(k)}) \\ \rho_i^{(k)} & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (21)$$

γ は 1 より大きい定数を, $c^{(k)}$ は制約式の成立度を示す. κ は 0 から 1 の値を使用する.

(6) 随伴変数法による感度解析

本論文では, 目的関数と制約条件 g_2 の感度解析を随伴変数法によって評価する. はじめに, 節点力法 [12] から得られるトルクを含む目的関数 $f(\phi)$ について感度解析を行う. 随伴変数 λ_{mag} を導入すると, 随伴方程式は次式のようになる.

$$\left(K_{\text{mag}} + \frac{\partial K_{\text{mag}}}{\partial \mathbf{A}} \mathbf{A} \right)^T \lambda_{\text{mag}} = - \frac{\partial t_l}{\partial \mathbf{A}} \quad (22)$$

(22) 式における右辺ベクトルの j 行目の成分は次式のようになる.

$$\frac{\partial t_l}{\partial A_j} = \sum_i \left(\mathbf{r}_i \times \frac{\partial \mathbf{f}_i}{\partial A_j} \right)_z \quad (23)$$

ここで, \mathbf{r}_m はロータの回転軸から節点力を評価する節点までの位置ベクトル, \mathbf{f}_i は節点 i の節点力である. \mathbf{f}_i は次式のように表される.

$$\mathbf{f}_i = - \int_{\Gamma_f} T \text{grad} N_i dS \quad (24)$$

ここで, Γ_f は積分領域, T は Maxwell の応力テンソルである. T は次式で表される.

$$T = \nu_0 \left(\mathbf{B} \mathbf{B}^T - \frac{1}{2} \mathbf{B}^2 \mathbf{I} \right) \quad (25)$$

ここで, \mathbf{B} は磁束密度, \mathbf{I} は単位行列である. T を用いて, (23) 式の右辺における偏微分 $\partial \mathbf{f}_i / \partial A_j$ は次式のように表される.

$$\begin{aligned}\frac{\partial f_i}{\partial A_j} &= - \int_{\Gamma_f} \frac{\partial T}{\partial A_j} \text{grad} N_i \, dS \\ &= - \int_{\Gamma_f} \nu_0 \{ (\text{rot} N_j)^T \mathbf{B}^T + \mathbf{B} (\text{rot} N_j)^T \\ &\quad - \mathbf{B}^T (\text{rot} N_j)^T \} \frac{\partial T}{\partial A_j} \text{grad} N_i \, dS\end{aligned}\quad (26)$$

(22) 式から得られる λ_{mag} を用いて, t_l の ϕ に関する偏微分は次式のように表される.

$$\frac{\partial t_l}{\partial \phi} = \lambda_{\text{mag}}^T \left(\frac{\partial K_{\text{mag}}}{\partial \phi} \mathbf{A} - \frac{\partial F_{\text{mag}}}{\partial \phi} \right) \quad (27)$$

次に, 制約条件について感度解析を行う. 随伴変数 λ_{mech} を導入すると随伴方程式は次式のようになる.

$$K_{\text{mech}}^T \lambda_{\text{mech}} = - \frac{\partial \sigma_M}{\partial d} \quad (28)$$

ここで, (28) 式の右辺における偏微分 $\partial \sigma_M / \partial d$ は次式のように表される.

$$\frac{\partial \sigma_M}{\partial d} = \left\{ \frac{\partial \sigma_M}{\partial \sigma_1} \quad \frac{\partial \sigma_M}{\partial \sigma_2} \right\} \begin{bmatrix} \frac{\partial \sigma_1}{\partial d} & \frac{\partial \sigma_1}{\partial \sigma_x} & \frac{\partial \sigma_1}{\partial \tau_{xy}} \\ \frac{\partial \sigma_2}{\partial d} & \frac{\partial \sigma_2}{\partial \sigma_x} & \frac{\partial \sigma_2}{\partial \tau_{xy}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \sigma_x}{\partial d} \\ \frac{\partial \sigma_y}{\partial d} \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial d} \end{bmatrix} \quad (29)$$

ここで, σ_1, σ_2 はそれぞれ, 最大主応力, 最小主応力である. (28) 式より得られる λ_{mech} を用いて, σ_M の ϕ に関する偏微分は次式のように表される.

$$\frac{\partial \sigma_M}{\partial \phi} = \lambda^T \left(\frac{\partial K_{\text{mech}}}{\partial \phi} \mathbf{d} - \frac{\partial F_{\text{mech}}}{\partial \phi} \right) \quad (30)$$

(7) 最適化アルゴリズム

最適化のフローチャートを図 1 に示す. まず, レベルセット関数の初期値 $\phi(x)$ を指定する (step 1). 次に, 有限要素法によって $f(\phi^{(k)})$, σ_M を計算する (step 2,3). 次に, 随伴変数法によって $f(\phi^{(k)})$, σ_M の感度を計算する (step 4,5). ラグランジュ乗数を更新した後 (step 6), (15) 式に基づいてレベルセット関数を更新する (step 7). これを最適化内反復 k が最大反復回数 k_{max} に到達するまで, 繰り返し計算を実行する. (step 8). 最適化内反復 k が最大反復回数 k_{max} に到達した場合, 最適化外反復 i が最大反復回数 i_{max} に到達しているか確認する. 到達している場合, 最適化反復を終了する. さもないと, step 10 へ進む (step 9). ペナルティ係数を制約数 m_{max} の数だけ更新した後, step 2 へ戻る (step 10,11). 以上の過程を i が i_{max} に到達するまで繰り返す.

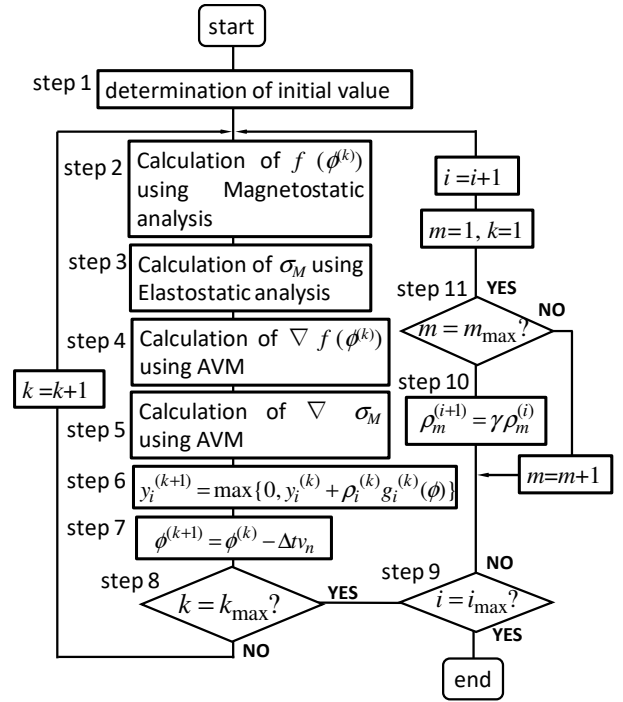


Fig. 1 Flowchart for topology optimization with augmented Lagrangian method.

3. 解析モデルと解析条件

(1) 最適化モデル

図 2 (a) に, IPMSM の解析モデルを示す. ロータとステータの磁性材料として 50A1300 を適用した. シャフトは比透磁率 1,000 の磁性材料とした. 設計変数の鏡面境界条件を適用するため, 図 2 の斜線で示された領域を実際の設計領域とする. トポロジー最適化における初期構造は, 図 2 (b) を使用する.

表 1 に磁界解析で使用するパラメータを示す. $|I|$ は電流の実効値, β は電流位相角, M_0 はネオジム磁石の磁化の大きさである. 本論文で実施される静磁界解析では, ロータを 1 度ピッチずつ回転させて解析を行う. 本モデルの電気角 1 周期分である 30 度分の解析を行い, 各機械角におけるトルクの平均を平均トルクとして評価する.

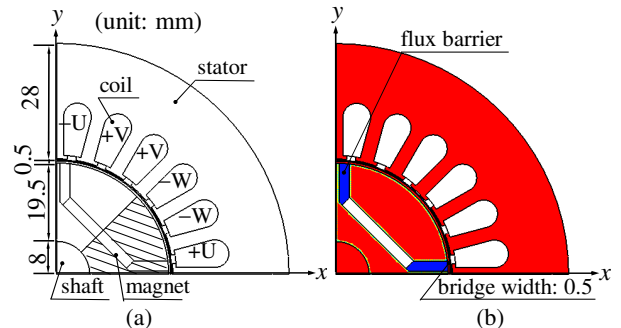


Fig. 2 Analysis model for IPMSM. (a) Analysis model. (b) Initial structure of LS

TABLE I PARAMETERS FOR MAGNETIC FIELD ANALYSIS

$ I $ [Arms turn]	β [deg.]	M_0 [T]
3.0 Arms \times 35 turns	30	1.25

(2) 静弾性解析の境界条件

制約条件 g_2 に含まれるミーゼス応力 σ_M を評価するために、設計領域にブリッジを含めた領域 Ω_s で静弾性解析が実施される。拘束条件としてシャフトの外周部に派生する変位を完全拘束する。荷重条件として、 Ω_s 内に発生する遠心力を適用する。要素 i における遠心力は次式で定義される。

$$b_i(\phi) = \rho r D \omega^2 H(\phi_i) \quad (\omega = \pi n / 30) \quad (31)$$

ここで、 ρ は密度、 r は回転中心からの距離、 D は積み圧、 ω は角速度、 n は回転数である。(31) 式に基づき、解析領域内の全要素に対して遠心力の計算が行われ、得られた物体力ベクトル \mathbf{b} は (5) 式の右辺第一項に代入される。

表 2 に静弾性解析で使用するパラメータを示す。 ν_{ESS} 、 ν_{mag} はそれぞれ、電磁鋼板とネオジム磁石のポアソン比、 E_{mag} はネオジム磁石のヤング率である。

TABLE II PARAMETERS FOR ELASTOSTATIC ANALYSIS

E_{ESS} [GPa]	ν_{ESS}	E_{min} [GPa]	E_{mag} [GPa]	ν_{mag}	D [mm]
204	0.29	2.04×10^{-4}	160	0.24	60

4. トポロジー最適化結果

(1) トポロジー最適化結果

表 3 に最適化で使用するパラメータを示す。 $y^{(0)}$ はラグランジュ乗数の初期値である。

TABLE III PARAMETERS FOR OPTIMIZATION

h [mm]	k_{max}	i_{max}	$y^{(0)}$	γ	τ	κ
0.36	10	30	0.0	1.05	0.98	0.25

表 4 に最適化条件を示す。本節では、設計目標を 4 ケース定義する。各ケースとも、設計領域の 7 割の鉄芯面積を許容値とした制約の下、平均トルク最大化を目的として最適化を行う。case (b) はトルクリップルの制約、case (c) はミーゼス応力の制約、case (d) はその両方の制約がさらに課される。

図 3 に最適化後の構造を示す。図 3 (a) は case (a) の最適化結果である。マグネットトルクを活用するため、ロータ部の 45° 方向に鉄芯が集中している。図 3 (b) は case (b) の最適化結果である。case (b) の形状は case (a) に近いが、ブリッジ付近に大小様々な空気領域が生じている点異なる。図 3 (c) は case (c) の最適化結果である。フラックスバリアやブリッジ付近の空気領域が大きく広がる形状となっている。図 3 (d) は case (d) の最適化結果である。case (b) のようにブリッジ付近に空気領域を多数配置し、case (d) のようにフラックスバリア付近のブリッジへ材料が伸びている形状が得られた。ここへ材料を設けることにより、ブリッジの応力を下げていると考えられる。

図 4 に図 3 の構造におけるミーゼス応力分布を示す。

図 4 (a), (b) はミーゼス応力の制約を考慮していないため、ブリッジやシャフト付近で高い応力が発生している。一方、図 4 (c), (d) はミーゼス応力の制約が考慮されていることにより、ブリッジ付近の応力が大きく下がった。

TABLE IV OPTIMIZATION CONDITIONS

	constraints	t_0 [Nm]	σ_M [MPa]	S_0 [m ²]
case (a)	$g_3 \leq 0$	—	—	3.27×10^{-4}
case (b)	$g_1 \leq 0$ and $g_3 \leq 0$	0.25	—	
case (c)	$g_2 \leq 0$ and $g_3 \leq 0$	—	0.1	
case (d)	$g_1 \leq 0$, $g_2 \leq 0$ and $g_3 \leq 0$	0.25	0.1	

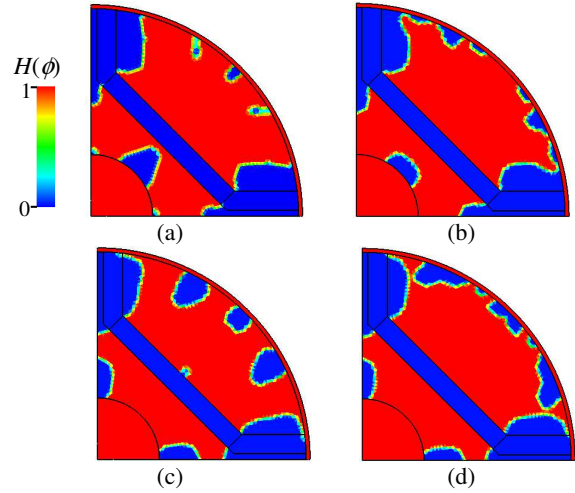


Fig. 3 Optimized structures. (a) $g_3(\phi) \leq 0$. (b) $g_1(\phi) \leq 0$ and $g_3(\phi) \leq 0$. (c) $g_2(\phi) \leq 0$ and $g_3(\phi) \leq 0$. (d) $g_1(\phi) \leq 0$, $g_2(\phi) \leq 0$ and $g_3(\phi) \leq 0$.

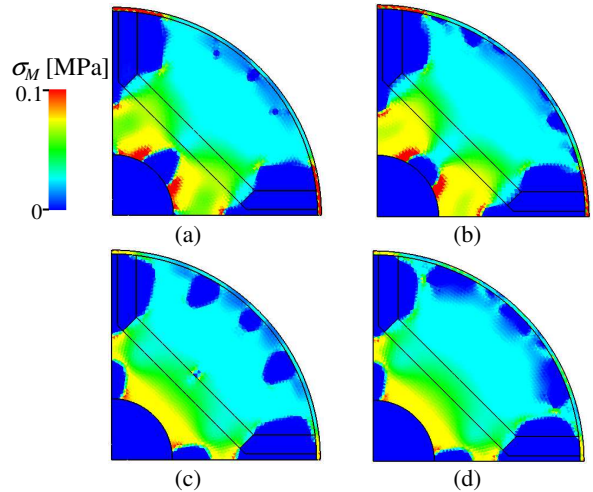


Fig. 4 Distribution of Mises stress. (a) $g_3(\phi) \leq 0$. (b) $g_1(\phi) \leq 0$ and $g_3(\phi) \leq 0$. (c) $g_2(\phi) \leq 0$ and $g_3(\phi) \leq 0$. (d) $g_1(\phi) \leq 0$, $g_2(\phi) \leq 0$ and $g_3(\phi) \leq 0$.

図 5 に、最適化後のトルク特性を示す。図 3 (a) の特性は、最もトルクが高く、リップルも大きい。図 3 (b) の特性は、図 3 (a) よりもトルクが若干下がったが、リップルは大幅に減少した。図 3 (c) の特性は、図 3 (b) によく似た特性であるが、トルクリップルはやや大きい。

図 3(d)の特性はリップルは小さく抑えられているが、平均トルクは最も小さくなった。

表 4 に最適化結果を示す。図 3 (a) の構造は最も平均トルクが高いが、トルクリップル、ミーゼス応力も高くなっている。図 3 (b) の構造は平均トルクの劣化が少なく、トルクリップルは大幅に向上した。しかし、ミーゼス応力は高くなっている。図 3 (c) の構造は、図 3 (b) に比べトルクリップルがやや大きく、ミーゼス応力は制約を満たしている。図 3 (d) の構造はトルクリップル、ミーゼス応力の制約値を満たしており、平均トルクは case (a) より約 25 %劣化した。計算時間はすべて 1 時間半前後に収まっている。

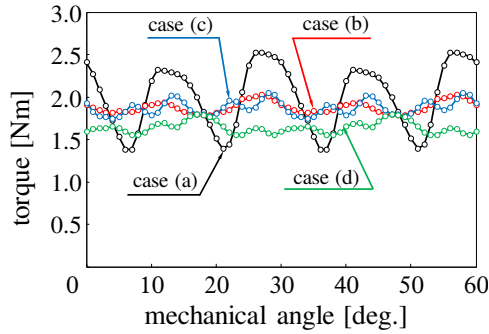


Fig. 5 Torque characteristics.

TABLE V OPTIMIZATION RESULTS

	t_a [Nm]	t_r [Nm]	$\sigma_M \max$ [MPa]	$S(\phi)/S_0$	Elapsed Time [h]
case (a)	2.00	1.14	0.21	0.70	1.4
case (b)	1.88	0.24	0.21	0.69	1.4
case (c)	1.87	0.31	0.10	0.68	1.7
case (d)	1.64	0.24	0.10	0.70	1.5

(2) 面積制約値の変化による最適化結果への影響

本節では、面積制約値を変化させた場合の最適化結果の影響について検討する。表 6 に最適化条件を示す。ここでは、4 ケースの最適化目標を設定する。前節よりも t_0 を大きく、鉄芯面積の許容値を小さくして、最適化を行う。各ケースとも、設計領域の 5 割の鉄芯面積を許容値とした制約の下、平均トルク最大化を目的として最適化を行う。

図 6 に最適化後の構造を示す。図 6 (a) は case (e) の最適化結果である。ロータ部の 45° 方向に鉄芯が集中しているところは case (a) と同様だが、空気領域を設ける箇所が増え、鉄芯面積を抑えている。図 6 (b) は case (f) の最適化結果である。case (e) に比べ、ブリッジ付近への空気領域の配置が増えている。図 6 (c) は case (g) の最適化結果である。フラックスバリアやブリッジ付近の空気領域が case (c) よりも大きく広がる形状となっている。図 6 (d) は case (h) の最適化結果である。ロータ部の 45° 方向に半円上の大きな空気領域が設けられており、その両端の材料はブリッジと広く接続している。

図 7 に図 6 の構造におけるミーゼス応力分布を示す。

前節同様、図 7 (a) , (b) はミーゼス応力の制約を考慮していないため、ブリッジやシャフト付近で高い応力が発生している。特に図 7 (b) は固定条件を設定したシャフトに材料が隣接していないため、図 7 (a) に比べて応力値が高い領域が広がってしまった。一方、図 7 (c) , (d) のようにミーゼス応力の制約が考慮されると局所的な応力は低減された。

TABLE VI OPTIMIZATION CONDITIONS

	constraints	t_0 [Nm]	σ_M [MPa]	S_0 [m ²]
case (e)	$g_3 \leq 0$	—	—	1.89×10^{-4}
case (f)	$g_1 \leq 0$ and $g_3 \leq 0$	0.5	—	
case (g)	$g_2 \leq 0$ and $g_3 \leq 0$	—	0.1	
case (h)	$g_1 \leq 0$, $g_2 \leq 0$ and $g_3 \leq 0$	0.5	0.1	

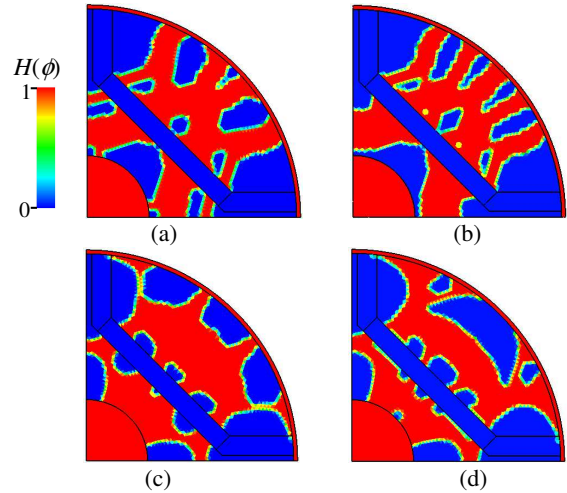


Fig. 6 Optimized structures. (a) $g_3(\phi) \leq 0$. (b) $g_1(\phi) \leq 0$ and $g_3(\phi) \leq 0$. (c) $g_2(\phi) \leq 0$ and $g_3(\phi) \leq 0$. (d) $g_1(\phi) \leq 0$, $g_2(\phi) \leq 0$ and $g_3(\phi) \leq 0$.

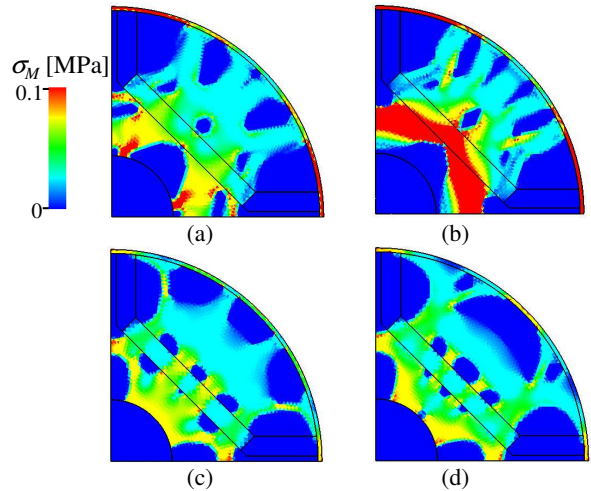


Fig. 7 Distribution of Mises stress. (a) $g_3(\phi) \leq 0$. (b) $g_1(\phi) \leq 0$ and $g_3(\phi) \leq 0$. (c) $g_2(\phi) \leq 0$ and $g_3(\phi) \leq 0$. (d) $g_1(\phi) \leq 0$, $g_2(\phi) \leq 0$ and $g_3(\phi) \leq 0$.

図 8 に、最適化後のトルク特性を示す。前節と比べ、面積制約を厳しく設定したことにより、ミーゼス応力の制約を課した case (g) , (h) は平均トルクが下がっている。

表 7 に最適化結果を示す。最適化結果の傾向は、前節と同様であり、各ケースとも制約値を満たした結果となった。前節の結果と比べると、ミーゼス応力の制約を課した場合の平均トルクの劣化度合いが大きくなっている。トルク特性の維持とミーゼス応力の低減を両立させるには、一定の材料面積が必要であると考えられる。計算時間はすべて 1 時間半程度に収まっており、最適化問題の探索を高速に実行できていると考えられる。

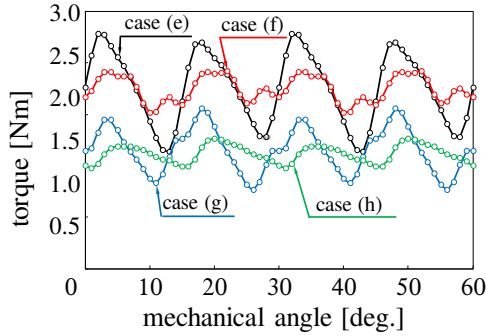


Fig. 8 Torque characteristics.

TABLE VII OPTIMIZATION RESULTS

	t_a [Nm]	t_r [Nm]	$\sigma_M \max$ [MPa]	$S(\phi)/S_0$	Elapsed Time [h]
case (e)	1.75	1.14	0.25	0.48	1.5
case (f)	1.75	0.40	0.47	0.49	1.5
case (g)	1.15	0.79	0.10	0.49	1.5
case (h)	1.12	0.29	0.10	0.50	1.5

以上より、ミーゼス応力の制約を課すことで、局所的な応力を抑えることができることが分かる。また、トルク特性と機械的性能はトレードオフの関係にあるため、その両立には適切な材料面積の許容値の設定が必要であると考えられる。

参考文献

- [1] M. P. Bendsøe, "Optimal shape design as a material distribution problem," *Struct. Optim.*, vol. 1, pp. 193–202, 1989.
- [2] Y. Okamoto, R. Hoshino, S. Wakao, and T. Tsuburaya, "Improvement of torque characteristics for a synchronous reluctance motor using MMA-based topology optimization Method," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 54, no. 3, art. no. 7203104, 2018.
- [3] J. Yoo, S. Yang, and J. S. Choi, "Optimal design of an electromagnetic coupler to maximize force to a specific design," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 44, no. 7, 2008.
- [4] J. Lee, and N. Kikuchi, "Structural topology optimization of electrical machinery to maximize stiffness with body force distribution," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 46, no. 10, pp 3790-3794, 2010.
- [5] K. Yamazaki, and Y. Kato, "Optimization of

high-speed motors considering centrifugal force and core loss using combination of stress and electromagnetic field analysis," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 49, no. 5, 2013.

- [6] S. Maruyama, S. Yamasaki, K. Yaji, and K. Fujita, "Design method for synchronous reluctance motor concurrently optimizing permanent magnet layout and yoke structure," *Journal of Japan Society for Design Engineering*, vol. 53, no. 1 pp. 97-110, 2018 (in Japanese).
- [7] M.-Y. Wang, X. Wang, and D. Guo, "A level set method for structural topology optimization," *Comput. Methods. Appl. Mech. Engrg.*, vol. 192, pp. 227-246, 2002.
- [8] S. Yamasaki, T. Nomura, A. Kawamoto, K. Sato, K. Izui, and S. Nishiwaki, "A level set based topology optimization method using the discretized signed distance function as the design variables," *Struct. Multidisc. Optim.*, vol. 41 pp. 685-689, 2009.
- [9] K. Senda, *Study on local magnetic properties of electrical steel and degradation due to core manufacturing*, Ph.D. dissertation, Doshisha University, Kyotanabe, Kyoto, 2016 (in Japanese).
- [10] 山崎慎太郎, 西脇眞二, 泉井一浩, 吉村允孝: 「レベルセット法に基づく機会構造物の最適化(新しい再初期化法の構築と剛性最大化問題への適用)」, 日本機会学会論文集 C 集, vol. 73, no. 725, pp.72-79, 2007.
- [11] 山崎慎太郎, 野村壮史, 川本敦史, 佐藤和夫, 泉井一浩, 西脇眞二: 「拡張ラグランジュ法を用いたレベルセットトポロジー最適化法」, 日本機会学会論文集 C 集, vol. 75, no. 760, pp.3192-3200, 2009.
- [12] A. Kameari, "Local force calculation in 3D FEM with edge elements," *Int. J. Applied Electromagnetics in Materials*, vol. 3 pp. 231-240, 1993.

研究業績

A. 国際会議論文(査読有り, ○印: 発表者)

- [1] ○ H. Sawada, H. Masuda, Y. Okamoto and S. Wakao, "Coupled Topology Optimization Method Based on Magnetic and Structural Analysis of Electrical Machine," Optimization and Inverse Problems in Electromagnetism 2018 (OIPE2018), P09, Hall in Tirol, Austria, September, 2018.
- [2] ○ H. Sawada, R. Suzuki, Y. Okamoto and S. Wakao, "Optimization of Rotor Structure for Synchronous Reluctance Motor Using Coupled Topology Optimization Method Based on Magnetic

and Structural Mechanics,” 19th International Symposium on Electromagnetic Fields in Mechatronics, Electrical and Electronic Engineering (ISEF2019), P4-A-1, Nancy, France, August, 2019.

B. 口頭発表論文（査読無し，○印：発表者）

- [1] ○澤田浩幸，鈴木滯也，岡本吉史，若尾真治：「電磁気・構造連成トポロジー最適化による同期

リラクタンスモータのロータ構造最適化」，平成 31 年電気学会全国大会講演論文集，5-604，北海道科学大学，2019 年 3 月．

- [2] ○子田陸，澤田浩幸，岡本吉史，若尾真治：「関数展開法を用いた実数値遺伝的アルゴリズムによる磁石埋込式同期電動機の電磁気・構造トポロジー最適化」，令和 2 年電気学会全国大会，東京電機大学，2020 年 3 月（発表予定）．